



Белый уровень

1. (6 баллов) Катя, Виталик и Андрей пошли гулять со своими домашними животными: котом, собакой и хорьком. Известно, что владелец собаки – не девочка, у Кати аллергия на кошачью шерсть, а Андрею подарили на день рождения пуделя. Как зовут владельца кота?

Ответ: Виталик.

Решение. Поскольку владелец собаки – не девочка, и у Кати аллергия на кошачью шерсть, то её животное – хорёк. Если у Андрея собака, то владелец кота – Виталик.

2. (6 баллов) У Марии Сергеевны осталось 5 неиспользованных дней отпуска. На рисунке красным цветом в рамке отмечены выходные и праздники. Какое максимальное количество календарных дней подряд она может отдохнуть?

Понедельник Monday	Вторник Tuesday	Среда Wednesday	Четверг Thursday	Пятница Friday	Суббота Saturday	Воскресенье Sunday
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	1	2	3	4	5

Ответ: 11 дней.

Решение. Если взять отпуск на 8, 10, 11, 12 и 15 числа месяца, то получится общий отпуск с 6 числа по 16, то есть 11 дней. В этот промежуток входят 4 выходных и 2 праздника. Максимальное количество выходных, которое может попасть в отпуск, – 4, потому что пять дней – расстояние между выходными. Соответственно любое другое расположение дней приведёт к тому, что один (или больше) праздников не будут учтены, и размер отпуска сократится.

3. (6 баллов) Серёжа постирал 9 пар носков в стиральной машине (все пары разных цветов). Какое минимальное количество носков ему нужно достать, чтобы среди них точно были два парных?

Ответ: 10.

Решение. По принципу Дирихле, если достать $9+1$ носков, то среди них точно будут два одинаковых.

4. (10 баллов) Максим захотел купить полку для книг. Он пришёл в магазин с рулеткой и измерил понравившуюся ему полку. Толщина боковых стенок полки и каждой из двух перегородок составила по 1,5 см, а расстояния между боковыми стенками и перегородками везде одинаковые, равные 30 см. Какова ширина полки?

Ответ: 96 см.

Решение. Шкаф содержит две боковые стенки и две перегородки, каждая толщиной 1,5 см, итого 6 см. От левой планки до первой перегородки, от первой перегородки до второй, от второй перегородки до правой планки по 30 см, итого 90 см. Всего получаем $6 + 90 = 96$ см.

5. (10 баллов) У химика в лаборатории осталось три одинаковых по размерам банки с кальцием: две полных и одна – частично заполненная. Каждая полная банка с кальцием весит 1,7 кг, вес пустой банки – 200 г. Сколько кальция осталось в третьей банке, если общий вес трёх банок – 4,5 кг?

Ответ: 0,9 кг.

Решение. Две полных банки весят $1,7*2 = 3,4$ кг, тогда третья банка с кальцием весит $4,5-3,4 = 1,1$ кг. Вес кальция получим, вычтя вес банки: $1,1 - 0,2 = 0,9$ кг.

6. (10 баллов) Соня любит разгадывать загадки. Когда она спросила старшую сестру, сколько той лет, сестра ответила, что сейчас она старше Сони в 4 раза, а через 2 года будет старше в 3 раза. Сколько лет Сониной сестре?

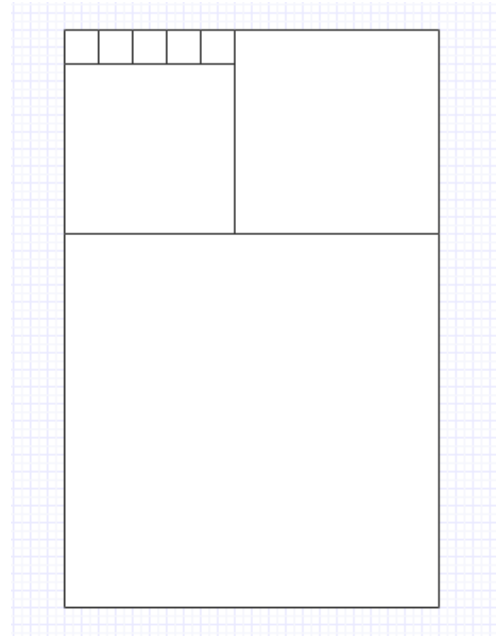
Ответ: 16 лет.

Решение. Возьмём возраст Сони за x лет. Тогда старшей сестре сейчас $4x$ лет. Через два года Соне будет $x+2$ лет, а её сестре в три раза больше, то есть $3(x+2)$. Приравняем возраст старшей сестры: $4x+2 = 3(x+2)$. Отсюда $x=4$. Тогда старшей сестре $4x=16$ лет.

7. (10 баллов) На рисунке изображена фигура, состоящая только из квадратов. Длина стороны самого маленького квадрата – 1 см. Каков периметр всей фигуры?

Ответ: 56 см.

Решение. Поскольку каждая фигура – квадрат, то сторона квадрата, примыкающего снизу к группе квадратиков, равна 5 см, длина стороны правого верхнего квадрата – 6 см, длина стороны нижнего квадрата – 11 см. Тогда периметр будет равен $1*5+6+6+11+11+11+5+1=56$ см.



8. (12 баллов) Антон и Лёша решили полетать на воздушном шаре, а чтобы не проголодаться, взяли с собой корзинку с тремя килограммами еды. Чтобы подняться в воздух, они сбросили 5 мешков с песком, каждый из которых весил 18 кг. Сколько кг весил Лёша, если Антон тяжелее него на 20 кг?

Ответ: 33,5 кг.

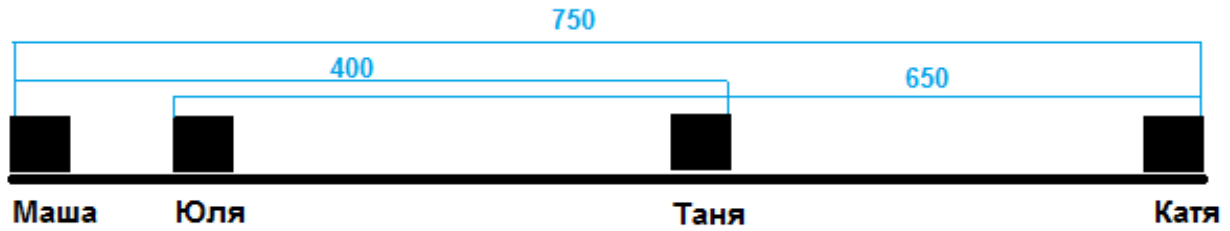
Решение. Мешки с песком уравнивают вес мальчиков и еды. Если вес Лёши – x кг, то вес Антона – $(x+20)$ кг. Тогда корзина стала тяжелее на $x+x+20+3=2x+23$ кг. Мешки с песком весят $5*18=90$ кг. Получаем уравнение $2x+23=90$, отсюда находим $2x=67$, $x=33,5$ кг.

9. (12 баллов) Четыре подряд дома на улице Вишнёвой занимают подруги Таня, Юля, Маша и Катя. Расстояние от Маши до Тани составляет 400 метров, от Маши до Кати – 750 метров, от Юли до Кати – 650 метров, при этом в каждой из этих пар девочки не являются соседями. На каком расстоянии друг от друга живут Юля и Таня?

Ответ: 300 метров.

Решение. Поскольку каждые две названные девочки не соседки, Маша живёт в крайнем доме, а её соседкой является Юля, так как Таня и Катя по условию ими быть не могут. Тогда девочки живут в следующем порядке: Маша–Юля–Таня–Катя. По условию от Маши до Кати 750 м, от Юли до Кати – 650 м, тогда расстояние от Маши до Юли составит $750 - 650 = 100$ метров. Аналогично из расстояний Маша – Катя 750 м и Маша – Таня

400 м получим расстояние от Тани до Кати $750 - 400 = 350$ метров. Тогда поскольку от Юли до Кати 650 метров, то от Юли до Тани $650 - 350 = 300$ метров. Ситуацию удобно изобразить на рисунке.



10. (18 баллов) Николай поменял пин-код на своей банковской карте, а когда пришёл снять деньги, оказалось, что он его забыл. Когда Николай выбирал пин-код, он придумал такое число из четырёх разных цифр, что первые две и последние две цифры числа являются квадратами натуральных чисел, а сумма средних цифр равна сумме крайних. Николай перебрал на листочке все возможные комбинации и в итоге решил попробовать самое маленькое из чисел, удовлетворяющих его условиям. К счастью, пин-код оказался верен. Какое число выбрал Николай в качестве пин-кода?

Ответ: 1649.

Решение. Если выписать все возможные числа, состоящие из разных цифр, первые две и последние две цифры которого являются полными квадратами, получится 20 различных вариантов. Если в получившихся числах проверить условие равенства суммы средних и крайних цифр, останется всего четыре числа, удовлетворяющих условиям: 1649, 2536, 3625, 4916, первое из которых является наименьшим.